

# 30 Problem czterech barw

Kto mógł dać Małemu Timowi Cratchitowi\* prezent świąteczny w postaci czterech woskowych kredek i białej mapy angielskich hrabstw? Może sąsiad kartograf, wręczający od czasu do czasu drobne prezenty, albo ten dziwny matematyk Augustus De Morgan, który mieszka w pobliżu i spędza wiele godzin z ojcem Tima? Z pewnością nie Mr. Scrooge.

Rodzina Cratchitów mieszkała w ponurym domu z tarasem przy Bayham Street w Camden Town, nieco na północ od niedawno otwartego uniwersyteckiego college'u, w którym De Morgan był profesorem. Tajemnica pochodzenia prezentu miała się wyjaśnić w nowym roku, kiedy to profesor odwiedził Tima, by zapytać, czy mapa jest już pokolorowana.

De Morgan dał wyraźne wskazówki, jak należy to zrobić: „Musisz pokolorować mapę tak, by każde dwa hrabstwa ze wspólną granicą miały inny kolor”.

„Ależ ja nie mam tylu kolorów!” odrzekł bez namysłu Tim. Ale De Morgan tylko się uśmiechnął i zostawił Tima z jego zadaniem. Niedawno jeden z jego studentów, Frederick Guthrie, zagadnął go o ten sam problem, wspominając, że udało się pokolorować mapę Anglii czterema barwami. Sprawa poruszyła wyobraźnię De Morgana.

\* W tym i następnym akapicie autor przywołuje bohaterów jednej z *Opowieści wigilijnych* Charlesa Dickensa (przyp. tłum.)

## OŚ CZASU (rok)

**1852**

Student De Morgana, Guthrie, przedstawia mu problem czterech barw.

**1879**

Kempe przedstawia rozwiązanie problemu, uznane za poprawne.

**1890**

Heawood wskazuje na błędy w dowodzie Kempego oraz dowodzi twierdzenia o pięciu barwach.

Czy można pokolorować *dowolną* mapę tylko czterema barwami, tak by sąsiednie obszary różniły się barwą? Tak zapewne przez całe stulecia sądzili kartografowie, ale czy można to ściśle udowodnić? Chodzi tu zresztą nie tylko o mapę angielskich hrabstw, ale o dowolną mapę, taką jak mapa amerykańskich stanów albo francuskich departamentów – a nawet o nieistniejące mapy, z dowolnymi obszarami i granicami. Wiadomo, że trzy kolory nie wystarczą.



Zachodnie stany USA

Istotnie, spójrzmy na mapę zachodnich stanów USA. Przypuśćmy, że mamy do dyspozycji tylko trzy kolory: niebieski, zielony i czerwony. Zaczniemy od pokolorowania stanów Nevada i Idaho. Wybór pierwszego koloru nie ma znaczenia, wybierzmy zatem niebieski dla Nevady i zielony dla Idaho. Do tej pory – bez problemu. Okazuje się, że teraz Utah *musi* być pomalowany na czerwono, Arizona na niebiesko, Kalifornia na czerwono i Oregon na zielono. To oznacza, że i Oregon, i Idaho są zielone, a więc nieodróżnialne. Gdybyśmy jednak mieli czwarty kolor, na przykład żółty, moglibyśmy nim pomalować Oregon i wszystko byłoby w porządku. Czy te cztery kolory wystarczyłyby do poprawnego pomalowania *dowolnej* mapy? To pytanie znane jest jako problem czterech barw.

**Popularność problemu** Dwadzieścia lat po tym jak De Morgan uznał problem za ważny, zagadnienie to stało się znane w matematycznych środowiskach Europy i Ameryki. W latach 60. XIX wieku Charles Sanders Peirce, amerykański matematyk i filozof, sądził, że znalazł dowód, jednak do dziś nie natrafiono na jakikolwiek jego ślad.

Pytanie zyskało na nowo znaczenie dzięki angielskiemu uczonemu Francisowi Galtonowi. Galton dostrzegł w problemie pewną wartość propagandową i w 1878 roku namówił wybitnego matematyka z Cambridge, Arthura Cayleya, do napisania pracy na ten temat. Niestety, Cayley musiał przyznać, że nie potrafił nic udowodnić w tej kwestii, zauważył jednak,

**1976**

Appel i Haken przedstawiają dowód twierdzenia o czterech barwach, oparty na wykorzystaniu komputera.

**1994**

Dowód komputerowy zostaje znacznie uproszczony, choć komputer wciąż jest wykorzystywany.